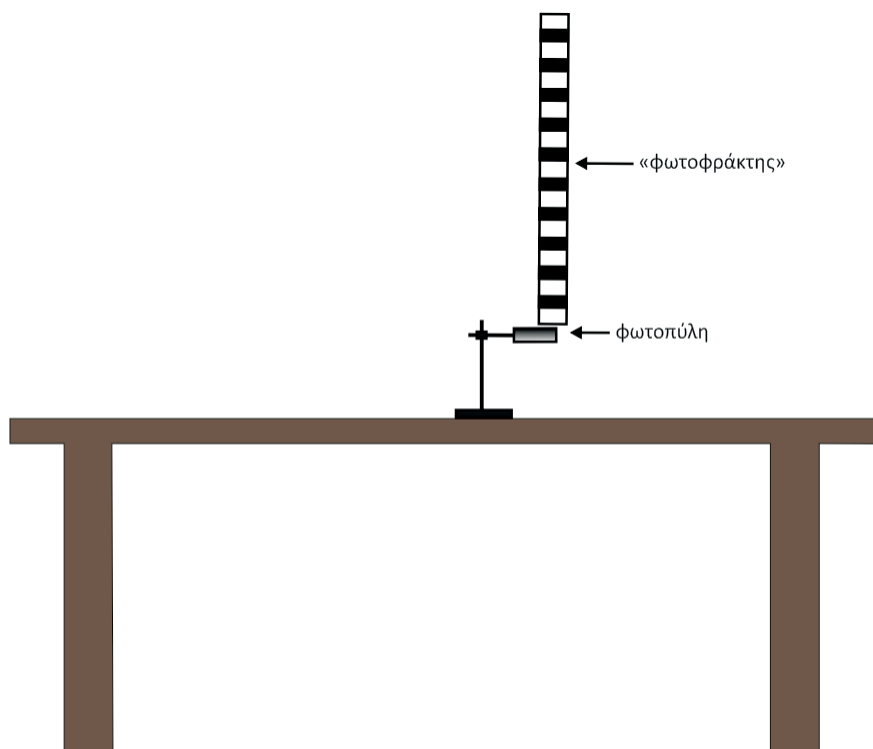


Μέτρηση επιτάχυνσης της βαρύτητας με τη μέθοδο του «φωτοφράκτη»

Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:

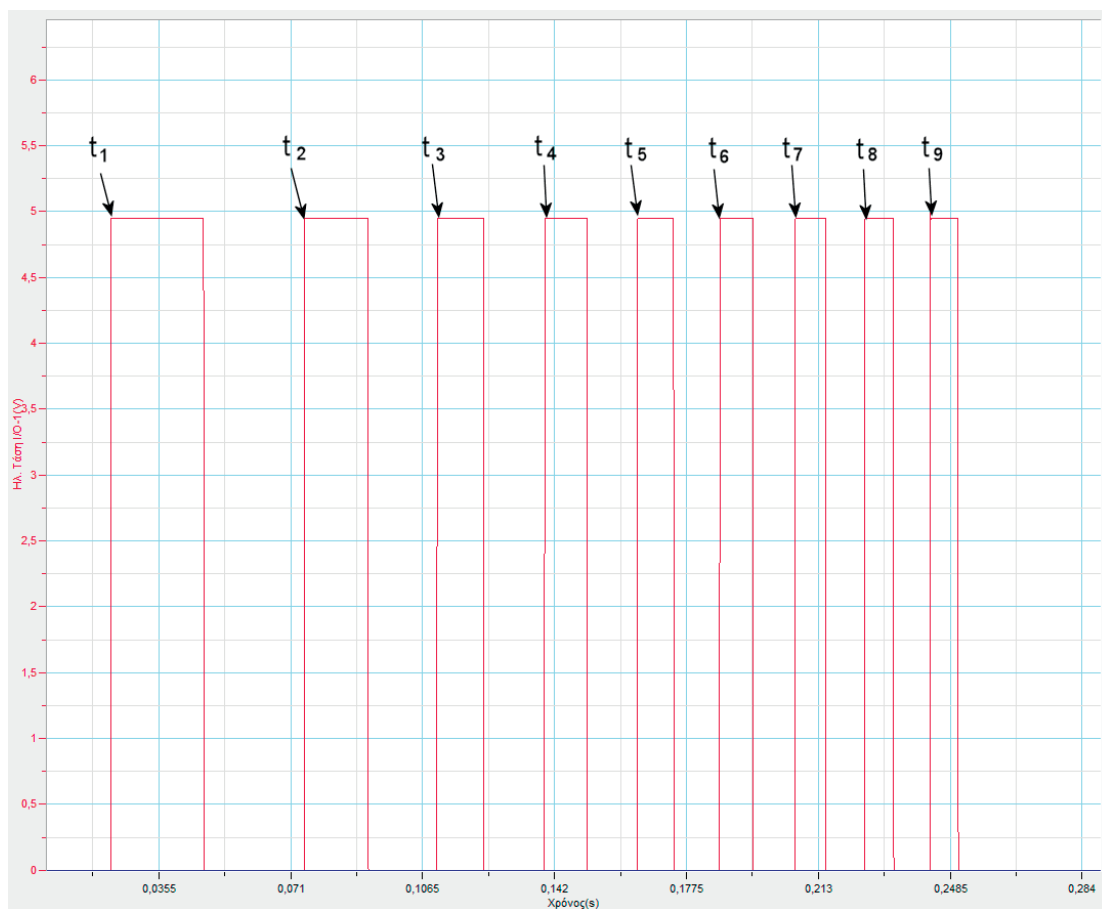


Χρησιμοποιήσαμε μια φωτοπύλη συνδεδεμένη στο Multilog. Η φωτοπύλη αναγνωρίζεται από το Multilog ως αισθητήρας ηλεκτρικής τάσης 0-5V. Καθορίσαμε το ρυθμό δειγματοληψίας σε 14178 δείγματα/s και λάβαμε μετρήσεις για συνολικό χρόνο 2,20 s. Ο «φωτοφράκτης» που χρησιμοποιήσαμε κατασκευάστηκε σε ένα πλαστικό διαφανή χάρακα μήκους 70 cm στον οποίο κολλήσαμε 9 αδιαφανή τμήματα μονωτικής ταινίας πλάτους 1,8 cm το καθένα, έτσι ώστε η απόσταση ανάμεσα στην αρχή του ενός αδιαφανούς τμήματος και την αρχή του επόμενου να είναι 5 cm. Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί ώστε τα τμήματα της μονωτικής ταινίας να κολληθούν κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι παράλληλα μεταξύ τους.

Πειραματική διαδικασία

Αφού ρυθμίσουμε κατάλληλα το Multilog μέσω του προγράμματος MultiLab, το θέτουμε σε κατάσταση καταγραφής, και αφήνουμε το «φωτοφράκτη» ελεύθερο από μικρή απόσταση πάνω από τη φωτοπύλη προσέχοντας ώστε να πέσει μένοντας κατακόρυφος. Επειδή ο καθορισμένος ρυθμός δειγματοληψίας είναι πολύ μεγάλος η γραφική παράσταση των μετρήσεων εμφανίζεται στην οθόνη του υπολογιστή μέσω της επιλογής «Ανάκτηση δεδομένων» του MultiLab και αφού πρώτα ολοκληρωθεί ο κύκλος των μετρήσεων. Στη γραφική παράσταση που λάβαμε, τα οριζόντια τμήματα σε τάση περίπου 5 V αντιστοιχούν στη διέλευση των αδιαφανών τμημάτων του «φωτοφράκτη» από τη φωτοπύλη και τα τμήματα σε τάση περίπου 0 V αντιστοι-

χούν σε διέλευση των διαφανών τμημάτων.



Ενδιαφερόμαστε για τις χρονικές στιγμές που αρχίζει η διέλευση των αδιαφανών τμημάτων του «φωτοφράκτη» από τη φωτοπύλη, οι οποίες αντιστοιχούν σε διαδοχικές σταθερές μετατοπίσεις 5 cm. Έτσι από τον πίνακα τιμών του πειράματος πήραμε τις ακόλουθες μετρήσεις:

α/α μέτρησης	t (ms)	x (m)
1	22,429116	0,000
2	74,199464	0,050
3	109,676964	0,100
4	138,453943	0,150
5	163,210608	0,200
6	185,287064	0,250
7	205,388630	0,300
8	224,009028	0,350
9	241,571499	0,400

Οι τιμές της τρίτης στήλης του πίνακα (x) ελήφθησαν θεωρώντας ως αρχική θέση $x_0=0$ τη θέση του «φωτοφράκτη» όταν αρχίζει η διέλευση του πρώτου αδιαφανούς του τμήματος από τη φωτοπύλη. Αν η αντίστοιχη χρονική στιγμή θεωρηθεί ως $t_0=0$, θα πρέπει αντίστοιχα να διαμορφωθούν και οι υπόλοιπες χρονικές στιγμές του πίνακα. Ας σημειωθεί πως κατ' αυτό τον τρόπο η αρχική ταχύτητα του «φωτοφράκτη» δεν είναι μηδέν.

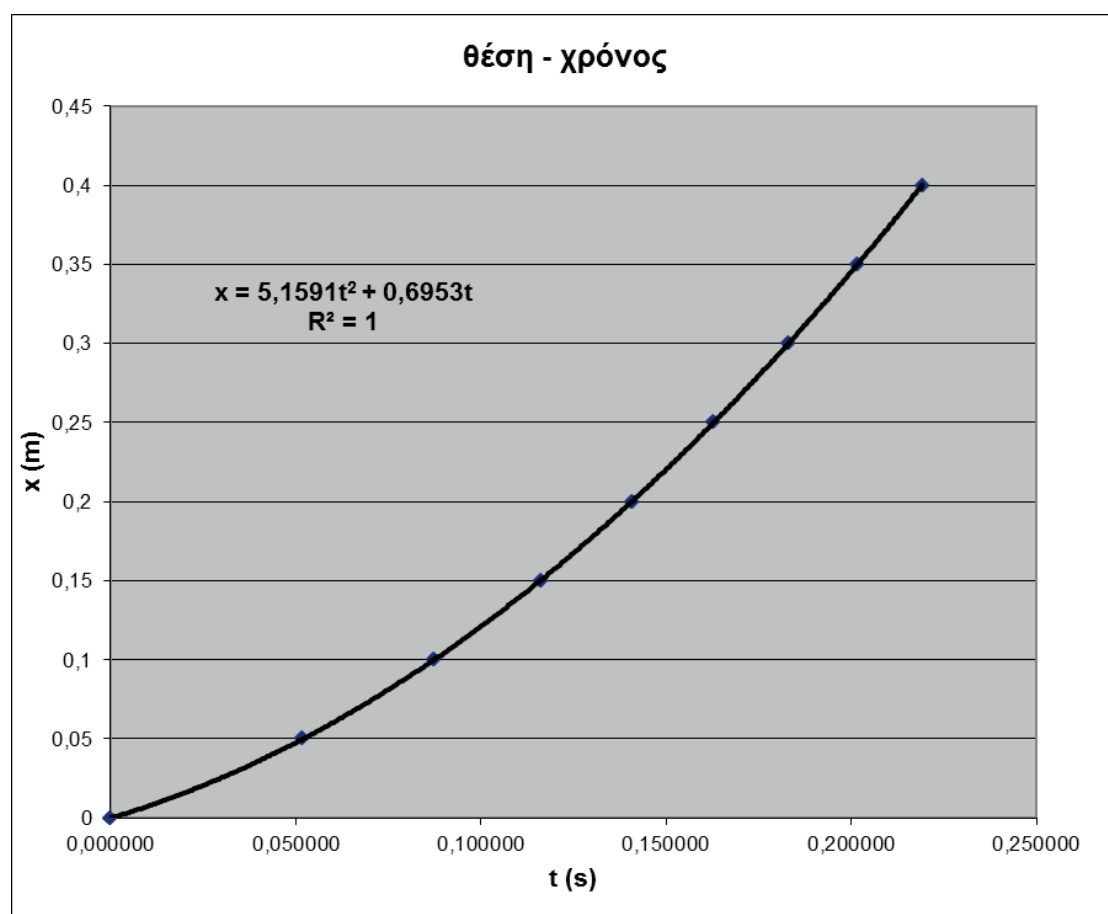
Ο πίνακας τιμών (και με μετατροπή των χρόνων σε s) λαμβάνει τελικά τη μορφή:

α/α μέτρησης	t (s)	x (m)
1	0,000000	0,000
2	0,051770	0,050
3	0,087248	0,100
4	0,116025	0,150
5	0,140781	0,200
6	0,162858	0,250
7	0,182960	0,300
8	0,201580	0,350
9	0,219142	0,400

Επεξεργασία μετρήσεων - Αποτελέσματα

1^η μέθοδος

Με βάση τον πίνακα των μετρήσεων κατασκευάζουμε στο EXCEL τη γραφική παράσταση θέσης - χρόνου. Με τη μέθοδο της πολυωνυμικής παλινδρόμησης κατασκευάζουμε την καλύτερη καμπύλη 2^{ου} βαθμού που προσεγγίζει τα δεδομένα μας.



Το EXCEL μας δίνει τη δυνατότητα να εμφανίσουμε και την εξίσωση της καλύτερης παραβολής καθώς και το συντελεστή ποιότητας της προσαρμογής. Από την εξίσωση της καλύτερης παραβολής: $x = 5,1591t^2 + 0,6953t$, και λαμβάνοντας υπόψη πως η εξίσωση της θέσης συναρτήσει του χρόνου έχει τη μορφή:

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας ως το διπλάσιο του συντελεστή του t^2 . Οπότε προκύπτει:

$$g = 10,3 \text{ m} / \text{s}^2$$

δηλαδή υπάρχει μια απόκλιση της τάξης του 5% περίπου από την αποδεκτή τιμή των $9,81 \text{ m/s}^2$.

2^η μέθοδος

Με βάση τον πίνακα των μετρήσεων υπολογίζουμε τη μέση τιμή της ταχύτητας στα επιμέρους χρονικά διαστήματα με τη σχέση:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{i+1} - x_i}{t_{i+1} - t_i}$$

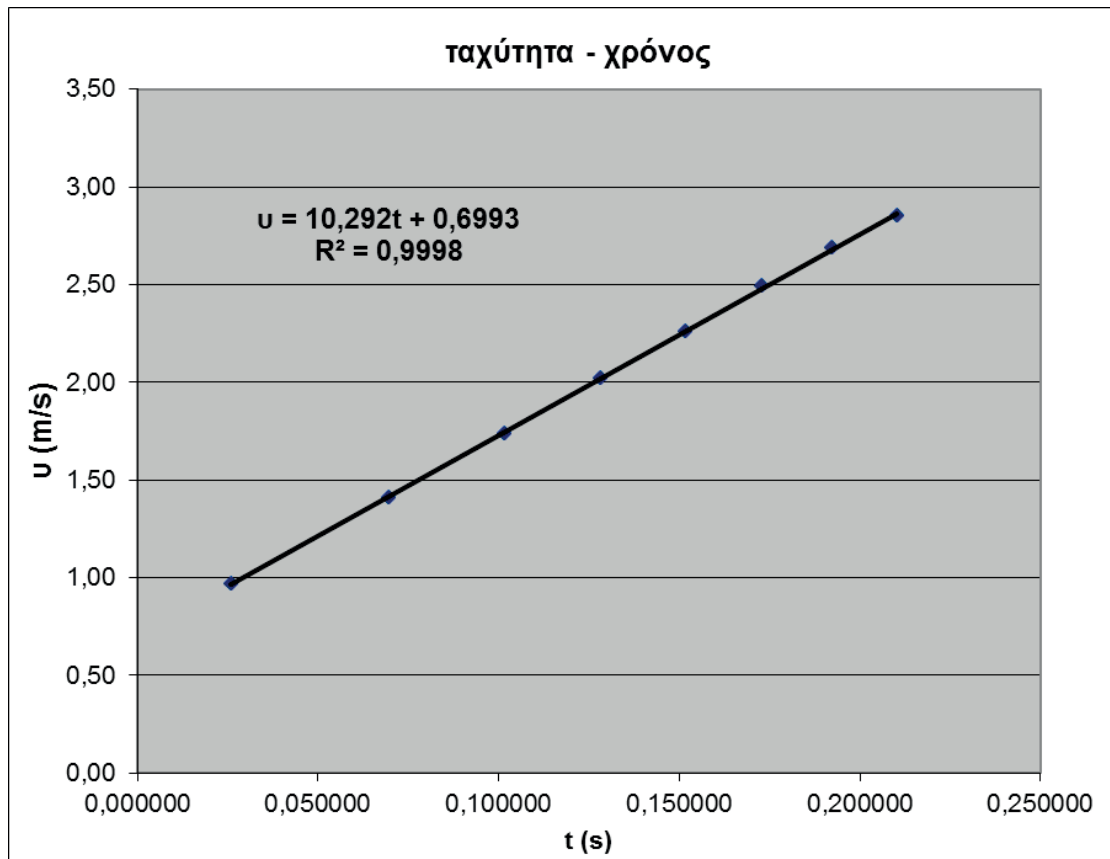
Όπως προκύπτει από το θεώρημα Merton οι μέσες ταχύτητες στα επιμέρους χρονικά διαστήματα είναι ίσες με τις στιγμιαίες ταχύτητες στο μέσο του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος, δηλ. τις χρονικές στιγμές:

$$t_j = \frac{t_{i+1} + t_i}{2}$$

Στη συνέχεια συμπληρώσαμε τον ακόλουθο πίνακα με τις χρονικές στιγμές και τις αντίστοιχες στιγμιαίες ταχύτητες:

α/α μέτρησης	t (s)	u (m/s)
1	0,025885	0,97
2	0,069509	1,41
3	0,101636	1,74
4	0,128403	2,02
5	0,151820	2,26
6	0,172909	2,49
7	0,192270	2,69
8	0,210361	2,85

Προφανώς κατ' αυτό τον τρόπο προκύπτει για τις ταχύτητες μια τιμή λιγότερη από τον αρχικό αριθμό των μετρήσεών μας. Με βάση τις τιμές του παραπάνω πίνακα κατασκευάσαμε τη γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου. Χαράξαμε επίσης με τη βοήθεια του EXCEL την καλύτερη ευθεία που προσεγγίζει τα δεδομένα μας. Στη γραφική παράσταση εμφανίσαμε επίσης και την εξίσωση της καλύτερης ευθείας.



Η επιτάχυνση της βαρύτητας προέκυψε από την κλίση της γραφικής παράστασης, ίση με:

$$g = 10,3 \text{ m} / \text{s}^2$$

δηλαδή υπάρχει μια απόκλιση της τάξης του 5% περίπου από την αποδεκτή τιμή των $9,81 \text{ m/s}^2$.

3^η μέθοδος

Από τον πίνακα τιμών χρόνου και ταχύτητας (της 2^{ης} μεθόδου) υπολογίζουμε τη μέση επιτάχυνση στα επιμέρους χρονικά διαστήματα με τη σχέση:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{i+1} - v_i}{t_{i+1} - t_i}$$

Προκύπτουν οι τιμές:

Δt	$a \text{ (m/s}^2\text{)}$
$t_2 - t_1$	10,17
$t_3 - t_2$	10,21
$t_4 - t_3$	10,54
$t_5 - t_4$	10,47
$t_6 - t_5$	10,55
$t_7 - t_6$	10,22
$t_8 - t_7$	8,94

Η μέση τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας που προκύπτει από τις παραπάνω τιμές, είναι:

$$g = 10,2 \text{ m} / \text{s}^2$$

δηλαδή υπάρχει απόκλιση της τάξης του 4% περίπου από την αποδεκτή τιμή των $9,81 \text{ m/s}^2$.

Πρέπει να τονίσουμε πως παρά το γεγονός ότι η τελευταία μέθοδος παρουσιάζει τη μικρότερη απόκλιση από την αποδεκτή τιμή, εμπεριέχει και το σημαντικότερο σφάλμα αφού η απόκλιση των μετρήσεων από τη μέση τιμή αγγίζει το 8%.

Τέλος επισημαίνουμε πως πρέπει να ληφθεί ιδιαίτερη μέριμνα ώστε να εξασφαλιστεί η κατακόρυφη πτώση του «φωτοφράκτη» μέσα από τη φωτοπύλη, αναρτώντας τον για παράδειγμα με λεπτό νήμα πάνω από τη φωτοπύλη το οποίο καιγόμενο θα απελευθερώνει το «φωτοφράκτη» ο οποίος πρέπει προηγουμένως να έχει αφεθεί να ισορροπήσει πλήρως.

ΦΥΛΛΟ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Υπολογισμός της επιτάχυνσης της βαρύτητας

Από τις μετρήσεις του Multilog, συμπληρώστε τον ακόλουθο πίνακα:

α/α μέτρησης	t (ms) (από Multilab)	t (s) (αλλαγή αρχής)	x (m)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

Η δεύτερη στήλη αναφέρεται στους χρόνους όπως καταγράφηκαν από το Multilog ενώ η τρίτη στήλη προκύπτει αφαιρώντας από την τιμή κάθε κελιού της πρώτης στήλης την τιμή του πρώτου κελιού της ίδιας στήλης. Οι τιμές της τέταρτης στήλης είναι οι αποστάσεις της αρχής κάθε αδιαφανούς τμήματος του «φωτοφράκτη» από την αρχή του πρώτου αδιαφανούς τμήματος.

Με βάση τον πίνακα των μετρήσεων υπολογίστε με τις σχέσεις:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{i+1} - x_i}{t_{i+1} - t_i} \quad \text{και} \quad t_j = \frac{t_{i+1} + t_i}{2}$$

τις μέσες τιμές της ταχύτητας στα επιμέρους χρονικά διαστήματα και τις χρονικές στιγμές στις οποίες οι μέσες αυτές τιμές είναι ίσες με τις στιγμιαίες ταχύτητες. Συμπληρώστε τον ακόλουθο πίνακα:

α/α μέτρησης	t (s)	u (m/s)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

Με βάση τον ανωτέρω πίνακα κατασκευάστε τη γραφική παράσταση $u - t$ και από την κλίση της υπολογίστε την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας:

$$g = \dots\dots\dots \text{ m/s}^2$$